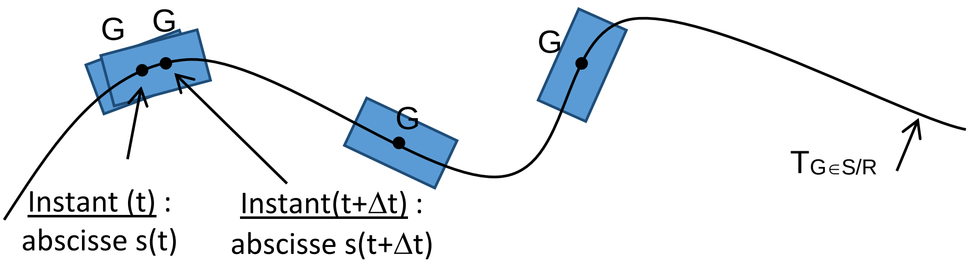
CINEMATIQUE
NOTIONS DE VITESSE ET ACCELERATION

I. Vecteur vitesse instantanée

Considérons un solide (S) en mouvement quelconque dans un repère (R).



Considérons l'instant (t) et l'instant (t+Δt) en supposant que Δt et un temps très court par rapport à la durée du déplacement total. Le chemin parcouru entre ces deux instants peut être considérée comme un segment de droite :

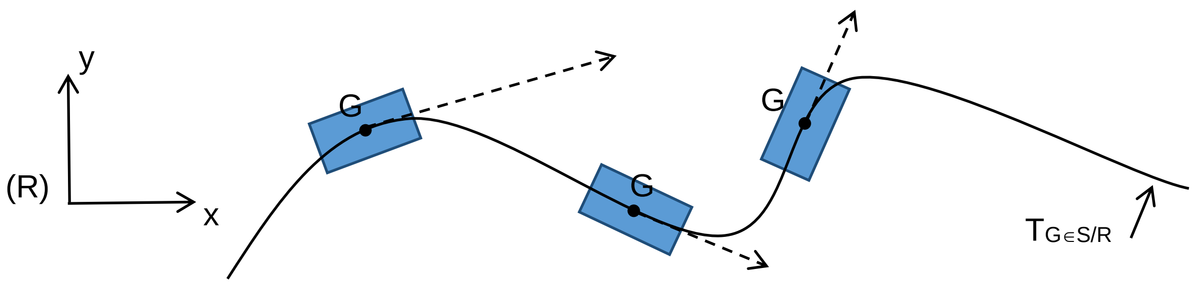
La vitesse instantanée se calcule alors grâce à la formule de la vitesse moyenne entre les instants (t) et (t+Δt), ces instants étant suffisamment rapprochés (Δt très petit).

$$V_{instantanée} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}\right)$$

Le vecteur vitesse instantanée d'un point G appartenant à (S) dans son mouvement par rapport au repère (R) se note :

$$\overrightarrow{V_{G\in S/R}}$$

Considérons un solide (S) en mouvement quelconque dans un repère (R) :

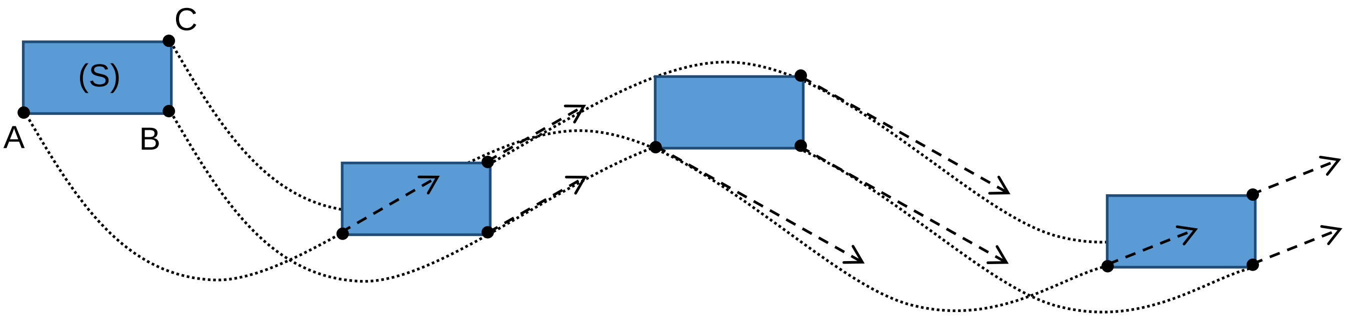


<u>Caractéristiques du vecteur vitesse instantanée</u> :

- <u>Norme</u> : elle est égale à la valeur de la vitesse à l'instant donné (en **m.s^{-1}** ou **Km.h^{-1}**) ;
- <u>Direction</u> : tangent à la trajectoire du point considéré
- <u>sens</u> : donné par le sens de déplacement du point

A / <u>Solide en translation</u>

Considérons un solide (S) en mouvement de translation (quelconque) par rapport à un repère (R) :

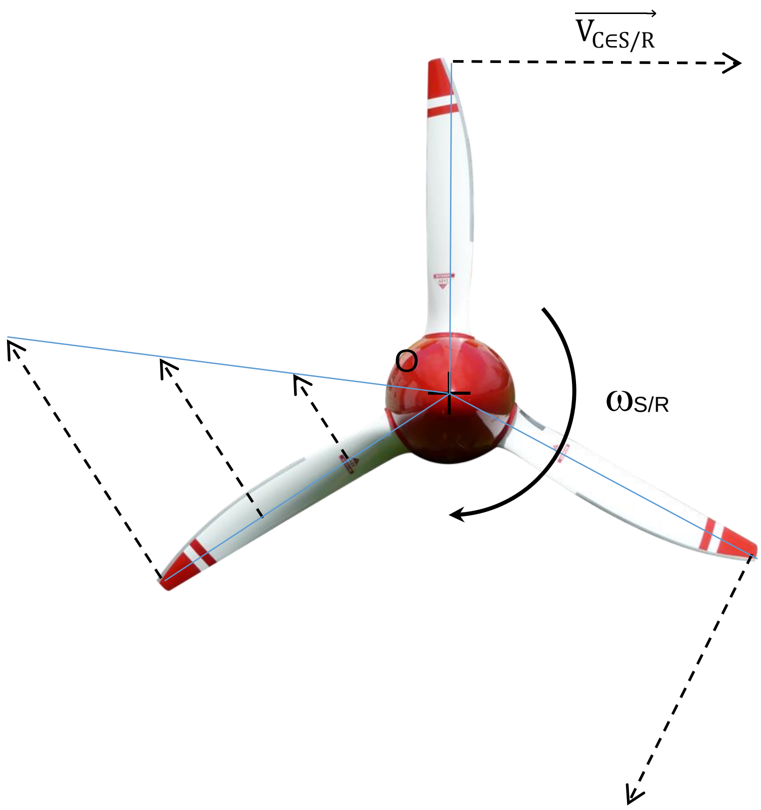


- Les trajectoires de tous les points de (S) par rapport à (R) sont identiques (courbes décalées) ;
- A un instant donné, les vecteurs vitesse de tous les points de (S) sont **identiques**.

B / <u>Solide en rotation autour d'un axe</u>

Considérons un solide (S) en mouvement de rotation autour d'un axe.

<u>Propriété n°1</u> : Le vecteur vitesse d'un point M est perpendiculaire au rayon [OM].
<u>Propriété n°2</u> : La valeur de la vitesse d'un point d'un solide en rotation est proportionnelle à sa distance par rapport à l'axe de rotation :



- $\left\|\overrightarrow{V_{A\in S/R}}\right\| = OA \times \omega_{S/R}$
- $\left\|\overrightarrow{V_{B\in S/R}}\right\| = OB \times \omega_{S/R}$
- $\left\|\overrightarrow{V_{C\in S/R}}\right\| = OC \times \omega_{S/R}$

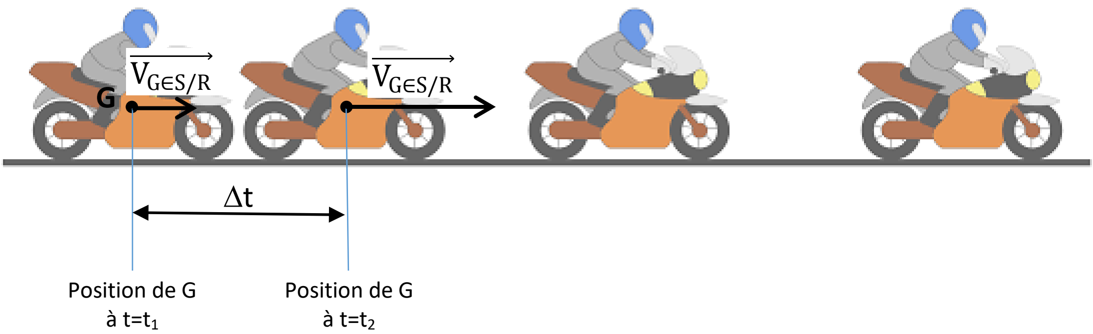
Plus généralement, on peut retenir:

$$\boxed{V = R \times \omega}$$

(notations simplifiées)

II. Vecteur accélération

A/ Accélération moyenne



L'accélération moyenne entre les instants t_1 et t_2 vaut :

$$a_{moy} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(t_2) - V(t_1)}{t_2 - t_1}$$

(a_{moy} en $m.s^{-2}$ ou $Km.h^{-2}$, par exemple)

B/ Accélération instantanée

L'accélération instantanée est obtenue en prenant un écart très faible entre les instants t_1 et t_2. Dans ce cas, « Δt » devient « dt »:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

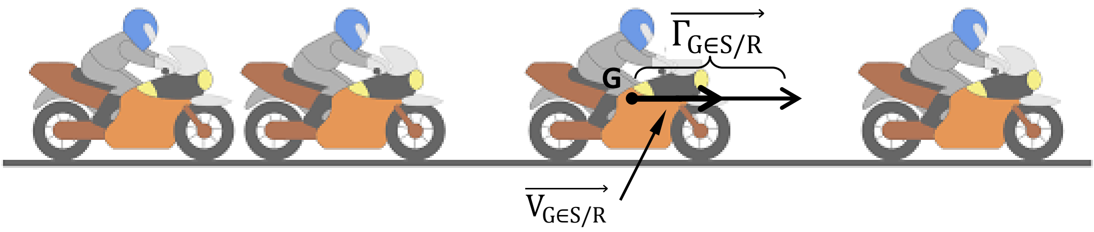
L'accélération instantanée est donc la dérivée par rapport au temps de la vitesse instantanée.

C/Vecteur accélération instantanée

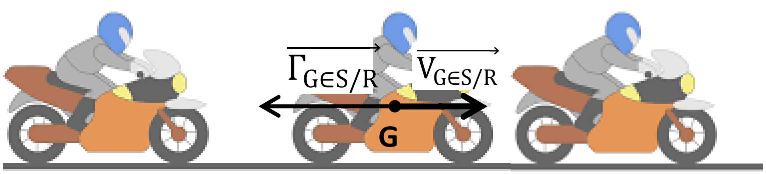
a) Cas du solide en translation

Dans le cas d'un solide en mouvement de translation, le vecteur accélération est colinéaire au vecteur vitesse. Son sens dépends du signe de a :

Accélération (a>0) :

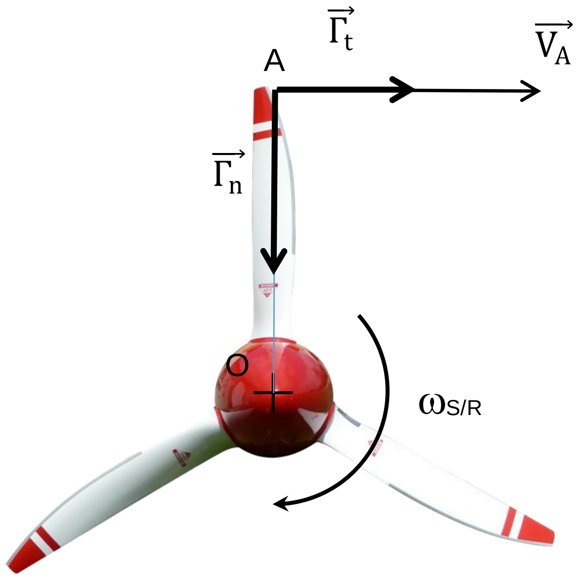


Freinage (a<0) :



b) Cas du solide en rotation

Dans le cas d'un solide en mouvement de rotation, le vecteur accélération se décompose en deux vecteurs :



- **L'accélération normale $\overrightarrow{\Gamma_n}$** est dirigée vers le centre de rotation. Sa norme vaut :

$$\left\|\overrightarrow{\Gamma_n}\right\| = \frac{V^2}{R} = R.\dot{\theta}^2 = R.\omega^2$$

Cette composante est à l'origine de ce que l'on appelle communément la « force centrifuge ».

- **L'accélération tangentielle $\overrightarrow{\Gamma_t}$** est colinéaire à la vitesse. Son sens dépend du signe de l'accélération angulaire γ. Sa norme vaut :

$$\left\|\overrightarrow{\Gamma_t}\right\| = R\ddot{\theta} = R\gamma$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_A} = \overrightarrow{\Gamma_n} + \overrightarrow{\Gamma_t}}$$