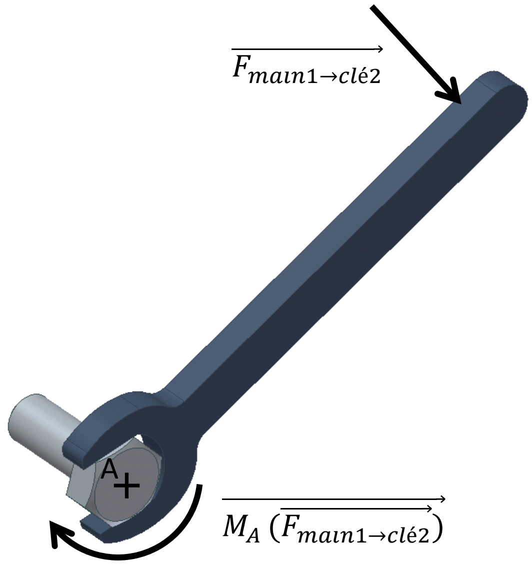
TORSEUR d'une action mécanique

1. Torseur d'une action mécanique

Nous savons qu'une ***action mécanique*** est complètement modélisée par ***deux vecteurs*** :

- Le vecteur ***force*** ;
- Le vecteur ***moment*** de la force en un point.



Ces deux vecteurs constituent le **TORSEUR** de la force ; il se note :

$$\{\tau_{1\to 2}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{1\to 2}}\\ \overrightarrow{M_{A\,1\to 2}}\end{matrix}\right\}$$

« Torseur des actions mécaniques de 1 sur 2 »

Point de réduction du torseur
=
point auquel est calculé le moment

Résultante du torseur
=
vecteur **force**

Ici :

$\overrightarrow{R_{1\to 2}} = \overrightarrow{F_{1\to 2}}$

Vecteur **moment**

ici : $\overrightarrow{M_{A\,1\to 2}} = \overrightarrow{M_A\,(\overrightarrow{F_{1\to 2}})}$

Écriture analytique :

$$\{\tau_{1\to 2}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}X_{1\to 2} & L_{1\to 2}\\ Y_{1\to 2} & M_{1\to 2}\\ Z_{1\to 2} & N_{1\to 2}\end{matrix}\right\}$$

Coordonnées suivant x

Coordonnées suivant y

Coordonnées suivant z

Coordonnées de $\overrightarrow{R_{1\to 2}}$

Coordonnées de $\overrightarrow{M_{A\,1\to 2}}$

Remarques :

- Le torseur d'une action mécanique peut s'écrire **en tout point de l'espace**.
- Le **moment** varie en fonction du point de réduction du torseur.
- La résultante est INVARIANTE quelque soit le point de réduction du torseur

C. Assailly

2. Egalité de deux torseurs

Deux torseurs $\{\tau_1\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_1} \\ \overrightarrow{M_{1A}} \end{Bmatrix}$ et $\{\tau_2\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_2} \\ \overrightarrow{M_{2A}} \end{Bmatrix}$ et sont égaux si et seulement si :

$$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_1} = \overrightarrow{R_2} \\ et \\ \overrightarrow{M_{1A}} = \overrightarrow{M_{2A}} \end{Bmatrix}$$

Attention ! Les deux moments doivent être calculés en un **même point**.

3. Changement de point de réduction d'un torseur

Connaissant les éléments de réduction d'un torseur $\{\tau\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{M_A} \end{Bmatrix}$ en un point **A**, on définit les éléments de réduction de ce torseur en un point **B** de la manière suivante :

$$\{\tau\} = {}_B\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_A} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R} \end{Bmatrix}$$

Remarque importante :

La **résultante** est **l'invariant** du torseur : elle est la même quel que soit le point de réduction.

4. Somme de deux torseurs

Soient deux actions mécaniques modélisées par leur torseur respectif $\{\tau_1\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_1} \\ \overrightarrow{M_{1A}} \end{Bmatrix}$ et $\{\tau_2\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_2} \\ \overrightarrow{M_{2A}} \end{Bmatrix}$.
L'action mécanique équivalente à l'action combinée de $\{\boldsymbol{\tau_1}\}$ **et** $\{\boldsymbol{\tau_2}\}$ a pour torseur représentatif $\{\tau\}$; ses éléments de réduction sont :

$$\{\tau\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R} = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2} \\ \overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_{1A}} + \overrightarrow{M_{2A}} \end{Bmatrix}$$

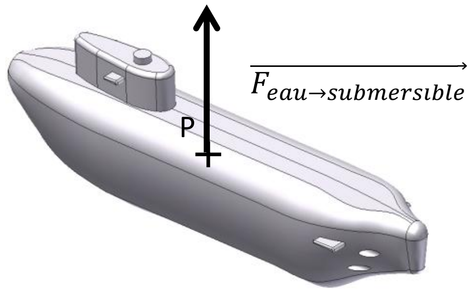
*Attention ! Les deux moments doivent être calculés en un **même point**.*

5. Torseurs particuliers

5.1. Torseur glisseur

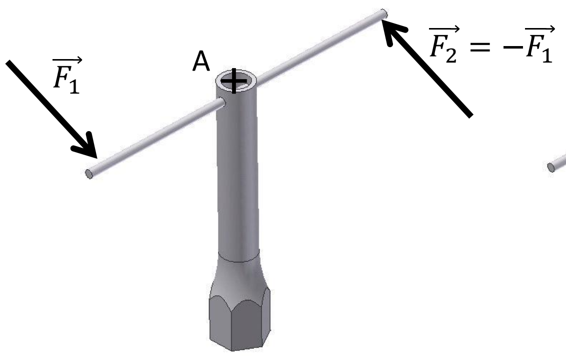
Un torseur est dit "***torseur glisseur***" si il existe un point A tel que son moment en A est un vecteur nul :

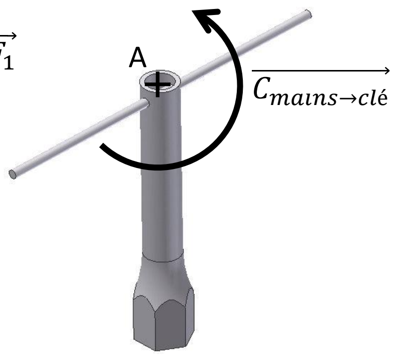
$$\{\tau_{1\to 2}\} = {}_{P}\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{eau\to submesible}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$



5.2. Torseur couple

On appelle "***torseur couple***" un torseur dont la résultante est un vecteur nul en tout point :





Dans ce cas, la somme des forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ est nulle donc la résultante $\overrightarrow{R_{mains\to clé}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{C_{mains\to clé}} = \overrightarrow{M_A(\vec{F_1})} + \overrightarrow{M_A(\vec{F_2})}$$

$$\{\tau_{mains\to clé}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{C_{mains\to clé}} \end{Bmatrix}$$