

## Dynamique

**Exercice n° 1 : Décollage d'Ariane 5****Corrigé**ARIANE 5 c'est :

- Plus de 700 tonnes au décollage soit 10 % du poids de la Tour Eiffel ;
- 130 s pour brûler les 237 tonnes de poudre de chaque propulseur ;
- un moteur Vulcain dont la puissance est équivalente à une centrale atomique ;
- 700 000 heures de travail délivrées par près de 6 000 agents européens aux heures les plus intenses du programme ;
- un coût global à achèvement de près de 7 milliards d'euros ;
- 1 100 industriels participant au projet.
- Masse maximale au décollage : 780 t
- Capacité de mise en orbite GTO : 6,9 à 10 t
- Poussée : 200 à 1 300 t
- Hauteur : 47 à 57 m
- Durée de vie : 1996 - ... ?

**L'Étage d'Accélération à Poudre (EAP)**

Cet étage est constitué de deux propulseurs d'appoint fixés à l'Étage Principal Cryotechnique. Leur but est de fournir à la fusée une accélération de **0,5 G au décollage**. Chaque propulseur contient 238 tonnes de propergols solides et fournit une poussée équivalente à celle d'une fusée Ariane 4. Ils sont équipés d'un moteur MPS. L'axe des tuyères peut être orienté pour corriger la direction de la poussée.

Les EAP sont mis à feu quelques secondes après la mise à feu de l'EPC afin de s'assurer du bon fonctionnement du moteur Vulcain. Ils fonctionnent ensuite pendant 130 secondes environ avant d'être éjectés à une altitude de 55 à 70 kilomètres. Ils continuent ensuite leur trajectoire jusqu'à une altitude de 80 à 140 kilomètres. Ils retombent dans la mer à environ 150 kilomètres de la base de lancement, Ils peuvent ensuite être récupérés pour des inspections ou des analyses.

- Hauteur : 31,61 mètres
- Diamètre : 3 mètres
- Masse à sec : 40 tonnes chacun
- Propergols : 237 tonnes de propergols solides chacun
  - 68 % de perchlorate d'ammonium
  - 18% de polybutadiène
  - 14% d'aluminium
- Poussée : 6709 kN chacun
- Durée de combustion : 129 secondes

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f2/Schema-lancement-Ariane-5.png/1024px-Schema-lancement-Ariane-5.png>

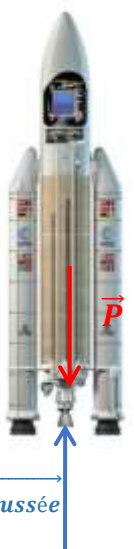
Q1. A partir des données ci-dessus, donnez la valeur de l'accélération du lanceur au moment du décollage (en  $\text{m.s}^{-2}$ )

$$a = 0,5 \times 10 = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

Q2. Faites un dessin représentant le lanceur et indiquez les différentes forces qui s'exercent sur lui. Appliquez ensuite le théorème de la résultante dynamique à la fusée et déduisez-en la valeur de la poussée au décollage. Comparez votre résultat aux données et concluez.

$$F_{\text{poussée}} - m \times g = m \times a$$

$$F_{\text{poussée}} = 11477 \text{ kN}$$



Q3. En supposant l'accélération constante, déterminez l'altitude du lanceur au bout de 10 secondes.

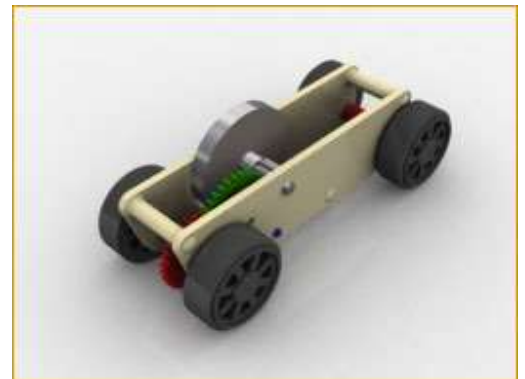
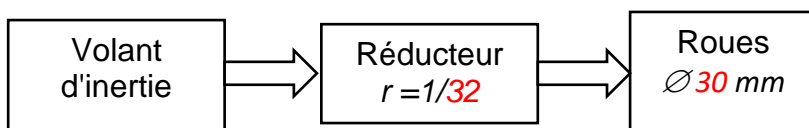
MRUV :

$$y(t) = 0,5 \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + y_0 \quad v_0 = y_0 = 0$$

$$y(10) = 0,5 \times 5 \times 10^2 = 250 \text{ m}$$

### Exercice n°2 : Voiture à volant d'inertie

Cette petite voiture est un jouet propulsé grâce à l'énergie cinétique emmagasinée dans la roue (ou volant) d'inertie, qui se comporte comme un moteur :



Sachant que le couple résistant  $C_r$  (dû au roulement et aux frottements dans les liaisons), ramené au niveau de l'axe de la roue vaut 1 N.mm et en supposant qu'on arrive à animer cette roue d'une vitesse de 5000 tr.min<sup>-1</sup> :

Q1.

$$\begin{aligned} V &= 1,96 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \\ m &= 0,153 \text{ Kg} \\ I_{G,x} &= 4,781 \cdot 10^{-5} \text{ Kg.m}^2 \end{aligned}$$

#### Caractéristiques de la roue d'inertie :

- Diamètre de la roue d'inertie : 50 mm
- Epaisseur de la roue : 10 mm
- Matériau : acier ( $\rho = 7800 \text{ Kg.m}^{-3}$ )

Q2.

$$\begin{aligned} \text{Th du moment dynamique /x : } C_r &= I_{G,x} \cdot \theta'' \\ &= I_{G,x} \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$\Delta t = \frac{I_{G,x} \times \Delta\omega}{C_r} \quad \Delta t = \frac{4,6 \cdot 10^{-5} \times 523,6}{10^{-3}} \cong 24 \text{ s}$$

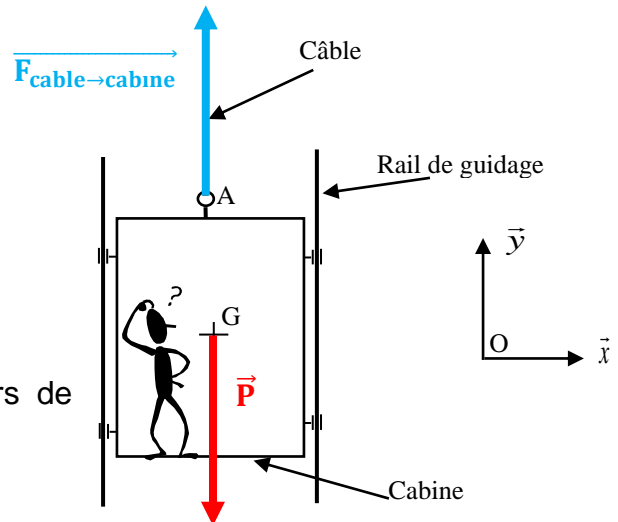
Hypothèse : l'accélération (ou la décélération ici) est supposée constante.

### Exercice n°3 : Cabine d'ascenseur

Pierre préfère prendre l'ascenseur car il est chargé avec ses cours de mécanique. Après que les portes soient fermées la cabine d'ascenseur commence à monter. Elle met 3 secondes pour parcourir 3 mètres.

#### Hypothèses et données du problème :

- la cabine a une masse de 300 kg
- Pierre a une masse de 80 kg (avec ses cours de mécanique).
- l'accélération reste constante pendant le mouvement
- les frottements et la résistance de l'air sont négligés
- toutes les actions mécaniques dues à la pesanteur seront appliquées au point G
- Les actions mécaniques dues aux liaisons entre la cabine et les rails de guidage seront négligées.



- 1) Calculer l'accélération de la cabine.

$$x(3) = 0,5 \times a \times 3^2 = 3\text{m} \quad a = 0,67 \text{ m.s}^{-2}$$

- 2) Isoler le système S formé par la cabine et Pierre et faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au système S.

Voir schéma

- 3) Appliquer le principe fondamental de la dynamique et déterminer l'action mécanique du câble sur la cabine en A.

- 4)

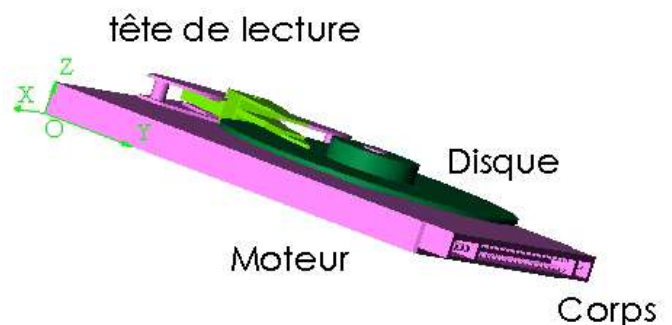
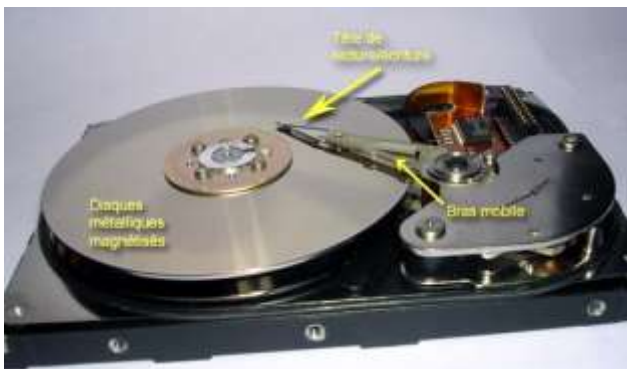
Théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe y :

$$F_{\text{traction}} - m \cdot g = m \cdot a$$

$$F_{\text{traction}} = m \cdot g + m \cdot a = m (g + a)$$

$$F = 4054,6 \text{ N}$$

### Exercice n°4 : Disque dur

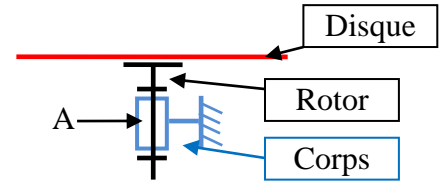


#### HYPOTHESES ET DONNEES

L'ensemble disque et rotor est en rotation autour d'un axe fixe et réalise une liaison pivot d'axe z par rapport au corps en A

Le moteur exerce un couple ( $C_m$ ) pour entraîner en rotation l'ensemble disque

Le moment d'inertie du disque en rotation (hors rotor) autour de l'axe z en A (identique au centre d'inertie de l'ensemble) est égal à  $I_e = 99.10^{-9} \text{ kg.m}^2$   
 Le moment d'inertie du rotor est  $I_r = 22.10^{-9} \text{ kg.m}^2$



**Objectif :** On cherche à déterminer le couple moteur au démarrage de la rotation.

1) Isolez l'ensemble en rotation autour de l'axe z. Ecrivez l'équation du moment dynamique en A en projection suivant l'axe z. (Exprimer le couple moteur  $C_m$ . Couple résistant négligé)  
 Le moteur entraînant l'ensemble en rotation fait passer la vitesse de rotation de 0 à 7200 tr.min<sup>-1</sup> en 4 secondes.

**Théorème du moment dynamique en projection sur z :**  $C_m = (I_e + I_r) \times \ddot{\theta}$

2) Calculez l'accélération angulaire de l'ensemble en rotation par rapport au corps.

$$\ddot{\theta} = \frac{\Delta \dot{\theta}}{\Delta t} = \frac{7200 \times \frac{2\pi}{60} - 0}{4 - 0} = 188,5 \text{ rad.s}^{-2}$$

3) Calculez alors la valeur du couple moteur pendant la phase d'accélération du rotor

$$C_m = (I_e + I_r) \times \ddot{\theta}$$

$$C_m = (99.10^{-9} + 22.10^{-9}) \times 188,5 = 2,28.10^{-5} \text{ N.m}$$

Lors de l'arrêt de l'ordinateur, l'ensemble disque dur met 20 secondes pour passer de la vitesse de 7200 tr.min<sup>-1</sup> à 0.

4) Calculez alors le couple de frottement qui permet l'arrêt du disque.

Dans ce cas, le couple moteur  $C_m$  devient nul et c'est le couple résistant du aux frottements qui arrête l'ensemble en rotation. Donc :

$$C_r = (I_e + I_r) \times \ddot{\theta} \quad \text{avec} \quad \ddot{\theta} = \frac{0 - 7200 \times \frac{2\pi}{60}}{20 - 0}$$

$$\text{d'où : } C_r = (99.10^{-9} + 22.10^{-9}) \times \frac{0 - 7200 \times \frac{2\pi}{60}}{20 - 0} = -4,6.10^{-6} \text{ N.m}$$

Dans les disques durs actuels, plusieurs disques sont positionnés ainsi on augmente la capacité de stockage.

5) Que provoque cette augmentation de disques pendant la phase d'accélération ?

Cela va augmenter la valeur du moment d'inertie de l'ensemble et par conséquent le temps de démarrage.

Que provoque ce surplus de disques pendant la phase de décélération ?

De la même manière, le temps d'arrêt des disques sera plus long.

## Exercice n°5 : Touret à meuler

Un touret à meuler tourne à la vitesse de 3 000 tr.min<sup>-1</sup>.  
L'alimentation est coupée, la broche met 40 secondes pour s'arrêter.

1) Déterminer la décélération angulaire  $\theta''$  si celle-ci est supposée constante.

$$\ddot{\theta} = \frac{\Delta \dot{\theta}}{\Delta t} = \frac{0 - 3000 \times \frac{2\pi}{60}}{40 - 0} = -7,85 \text{ rad.s}^{-2}$$

L'ensemble meules plus arbre est assimilé au dessin, la masse volumique des meules est de 2 500 kg.m<sup>-3</sup>, celle de l'arbre de 7 800 kg.m<sup>-3</sup>.

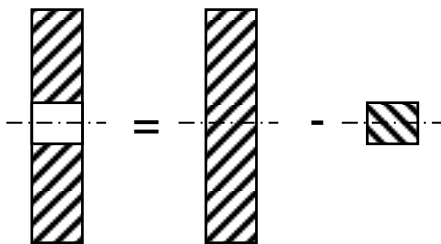
2) Déterminer le moment d'inertie de l'ensemble et le couple résistant exercé par les paliers pendant la période d'arrêt.

Moment d'inertie de l'arbre :  $I_{\text{arbre}} = \frac{m_a \times R^2}{2}$

$$\begin{aligned} \text{Masse de l'arbre : } m_a &= \mu_a \times V_a \\ &= 7800 \times \pi \times (23.10^{-3})^2 \times 0,78 \\ &= 10,11 \text{ Kg} \end{aligned}$$

$$I_{\text{arbre}} = \frac{10,11 \times (23.10^{-3})^2}{2} = 26,7.10^{-4} \text{ Kg.m}^2$$

Moment d'inertie d'une meule :



$$I_{\text{meule}} = I_1 - I_2$$

$$I_1 = \frac{m_1 \times R^2}{2} = \frac{(\mu_m \times \pi \times R^2 \times h) \times R^2}{2}$$

$$I_1 = \frac{2500 \times \pi \times 0,155^2 \times 0,04 \times 0,155^2}{2} = 0,091 \text{ Kg.m}^2$$

$$I_2 = \frac{m_2 \times r^2}{2} = \frac{(\mu_m \times \pi \times r^2 \times h) \times r^2}{2}$$

$$I_2 = \frac{2500 \times \pi \times 0,023^2 \times 0,04 \times 0,023^2}{2} = 4,39.10^{-5} \text{ Kg.m}^2$$

$$I_{\text{meule}} = I_1 - I_2 = 0,091 - 4,39.10^{-5} = 0,091 \text{ Kg.m}^2$$

Moment d'inertie de l'ensemble :

$$I_{\text{ensemble}} = I_{\text{arbre}} + 2 \times I_{\text{meule}} = 26,7.10^{-4} + 0,091 \times 2 \cong 0,184 \text{ Kg.m}^2$$

Théorème du moment dynamique appliqué à l'ensemble tournant :

$$C_r = I_{\text{ensemble}} \times \ddot{\theta} = 0,184 \times (-7,85) \cong -1,45 \text{ N.m}$$

